Účiník v teorii a praxi

doc. Ing. Jaroslav Žáček, CSc.,
Elektrotechnická fakulta ČVUT v Praze

1. Úvod

Účiník je jedním z velmi často používaných ukazatelů při hodnocení kvality odběru elektrické energie. V praxi se pro něj vžil termín „kosinus fí", popř. pouze „kosinus". Toto označení se zpravidla používá zcela mechanicky, aniž bychom si ve většině případů uvědomovali význam onoho „fí", proč právě jeho kosinus a zda má uvedené slovní spojení v daném případě vůbec nějaké fyzikální opodstatnění. Zběžně informovaný praktik může být zneklidněn tvrzením, že jeho oblíbený „kosinus" často nelze použít, a že by se měla používat jiná definice – účiník jako poměr činného a zdánlivého výkonu $\lambda = P / S$. Výsledkem jsou zavádějící úvahy typu, že se jedná o dvě různá pojetí účiníku, jedno v praxi obecně rozšířené, kde účiník je označován jako „cos φ", a druhé spíše teoretické, kde by se pro odlišení měl účiník nazývat jinak, např. „opravdový účiník". Předkládaný článek se pokouší uvést takovéto úvahy na pravou míru vysvětlením některých základních pojmů z této oblasti. Přitom se nelze vyhnout jisté teoretické analýze, která však nepřesáhne přijatelnou míru.

2. Základní pojmy

Zdánlivý výkon S (apparent power) je matematicky vytvořená veličina pro jednofázové (dvoupólové) obvody jako součin efektivní hodnoty fázového napětí U a fázového proudu I:

$$S = U\,I \quad (\mathrm{V{\cdot}A}) \tag{1}$$

a pro třífázové obvody jako součet zdánlivých výkonů v jednotlivých fázích. Je to veličina, která souhrnně vyjadřuje požadavky na napěťové a proudové dimenzování jednotlivých částí elektroenergetického systému: zdánlivý výkon určuje velikost transformátorů, přenosovou schopnost rozvodných vedení apod.

Činný výkon P (active power) je fyzikální veličina, která vyjadřuje množství elektrické energie W přenesené (vyrobené, spotřebované) v časovém intervalu T, přepočtené na časovou jednotku:

$$P = \frac{W}{T} \quad (\mathrm{W}) \tag{2}$$

Určením činného výkonu pro jednotlivé případy střídavých systémů se zabývají následující kapitoly článku.

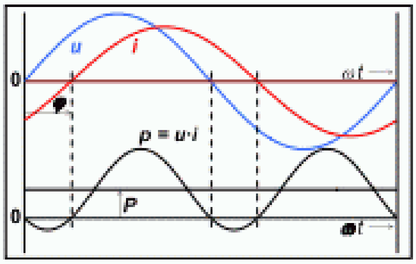
Účiník λ (power factor) je významný ukazatel, výhradně a jednoznačně stanovený jako poměr činného výkonu P a zdánlivého výkonu S:

$$\lambda = \frac{P}{S} \quad (-) \tag{3}$$

Z hodnoty účiníku lze posoudit, do jaké míry jsou účinně využívány možnosti elektroenergetického systému. Například jsou-li z téže sítě napájeny dva odběry zatěžující rozvodný systém stejným proudem, z nichž jeden pracuje s účiníkem $\lambda = 1$ a druhý s $\lambda = 0{,}5$, tato druhá zátěž bude ve srovnání s první zátěží umožňovat odběr pouze polovičního činného výkonu. To je důvodem snahy o dosažení účiníku pokud možno blížícího se jedné.

3. Činný výkon a účiník jednofázového systému se sinusovými průběhy napětí a proudu

Zátěž tvořená lineárním dvoupólovým obvodem R-L-C, napájená sinusovým napětím u, odebírá sinusový proud i s daným fázovým posunem φ vzhledem k napětí (obr. 1). Vzájemným vynásobením okamžitých hodnot napětí a proudu se získá okamžitá hodnota výkonu $p = u\,i$. Tento okamžitý výkon bude kladný, jestliže okamžité hodnoty napětí a proudu budou mít shodná znaménka, záporný, jestliže budou mít opačná znaménka, a nulový při průchodu napětí nebo proudu nulou. Z obr. 1 je zřejmé, že okamžitý výkon se periodicky mění s kmitočtem rovným dvojnásobku kmitočtu napájecího napětí. V některých časových intervalech je záporný. To znamená, že energie proudí opačným směrem – ze zátěže do zdroje (vybíjejí se zásobníky energie v zátěži, tj. tlumivky a kondenzátory). Jestliže efektivní hodnota napětí je rovna U a efektivní hodnota proudu je rovna I, je možné okamžitý výkon vyjádřit vztahem:



Obr. 1. Jednofázový systém se sinusovými průběhy

$$p = u\,i = \sqrt{2}\,U \sin(\omega t) \times \sqrt{2}\,I \sin(\omega t - \varphi) \quad (\mathrm{W}) \tag{4}$$

Při použití obecné formulky (např. vyhledané v matematických tabulkách):

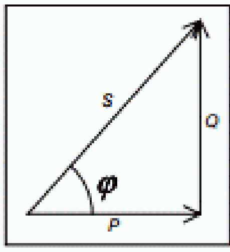
$$\sin x \times \sin y = \frac{1}{2}\left[\cos(x-y) - \cos(x+y)\right] \tag{5}$$

lze vztah (4) upravit do výsledného tvaru:

$$p = U\,I \cos\varphi - U\,I \cos(2\omega t - \varphi) \quad (\mathrm{W}) \tag{6}$$

Tento výsledek je potvrzením průběhu okamžitého výkonu p na obr. 1: druhý člen výrazu (6) představuje střídavou složku s dvojnásobkem kmitočtu sítě, první člen je konstantní složka posunující střídavou složku nad vodorovnou osu. Ze známého průběhu okamžitého výkonu p se určí činný výkon jako ekvivalentní konstantní hodnota výkonu P, který za jednu periodu přenese stejné množství energie jako proměnný okamžitý výkon p. Z této definice vyplývá, že činný výkon je střední hodnotou průběhu okamžitého výkonu. Potom je tento činný výkon dán pouze prvním členem výrazu (6), protože druhý člen jako střídavá složka má střední hodnotu nulovou:

$$P = U\,I \cos\varphi \quad (\mathrm{W}) \tag{7}$$



Obr. 2. Trojúhelník výkonů

Takto je zcela exaktní analytickou metodou odvozen známý vztah pro činný výkon jednofázového systému se sinusovými průběhy napětí a proudu. Pro účiník potom platí, ovšem výhradně pro takto určený systém:

$$\lambda = \frac{P}{S} = \frac{U\,I\cos\varphi}{U\,I} = \cos\varphi \quad (-) \tag{8}$$

Vztah mezi zdánlivým výkonem S a činným výkonem P lze vyjádřit ještě jiným způsobem:

$$S = U\,I = \sqrt{(U\,I\cos\varphi)^2 + (U\,I\sin\varphi)^2} = \sqrt{P^2 + Q^2} \quad (\mathrm{V{\cdot}A}) \tag{9}$$

kde $Q = U\,I \sin\varphi$ (var) (10)

Jalový výkon Q (reactive power) reprezentuje střídavou složku okamžitého výkonu, tj. energii periodicky se přelévající mezi zdrojem a zátěží; jeho střední hodnota je nulová. Výraz (9) je rovnice Pythagorovy věty pro pravoúhlý trojúhelník výkonů podle obr. 2.

4. Činný výkon a účiník jednofázového systému s obecně periodickými průběhy napětí a proudu

V současné době je značná část zátěží tvořena nelineárními obvody, které obsahují zejména polovodičové součástky. Není tak splněn výchozí předpoklad předchozí kapitoly – odebíraný síťový proud nebude sinusový, ale bude obsahovat větší či menší podíl harmonických složek. V některých případech ani napájecí napětí nebude čistě sinusové, a rovněž bude částečně deformováno existencí harmonických složek (obr. 3).

Průběh napětí i proudu je možné vyjádřit jako kombinaci jednotlivých složek:

$$u = U_0 + \sqrt{2}\,U_1 \sin(\omega t) + \sum_{h=2}^{\infty} \sqrt{2}\,U_h \sin(h\omega t + \psi_h)$$

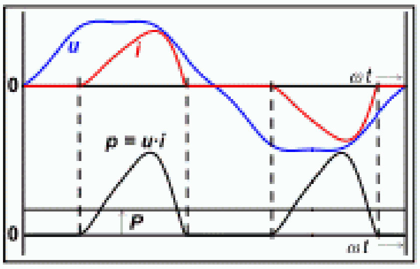
$$i = I_0 + \sqrt{2}\,I_1 \sin(\omega t - \varphi_1) + \sum_{h=2}^{\infty} \sqrt{2}\,I_h \sin(h\omega t + \psi_h - \varphi_h) \qquad (11)$$

kde

h je řád harmonické složky napětí nebo proudu,

ψ_h fázový posun harmonické napětí proti základní složce napětí,

φ_h fázový posun harmonické proudu proti odpovídající harmonické napětí.



Obr. 3. Jednofázový systém s obecně periodickými průběhy

Okamžitý výkon $p = u\,i$ je pak tvořen nespočetnou řadou součinů, kde se každý člen nekonečné řady složek napětí násobí každým členem z nekonečné řady složek proudu. Pro vytvoření činného výkonu P mají však význam pouze ty z nich, které mají nenulovou střední hodnotu. Je to jednak součin stejnosměrných složek, a jednak, po aplikaci rovnice (5), konstantní část součinu složek napětí a proudu stejného řádu:

$$P = U_0 I_0 + U_1 I_1 \cos\varphi_1 + U_2 I_2 \cos\varphi_2 + U_3 I_3 \cos\varphi_3 + \ldots \quad \text{(W)} \qquad (12)$$

Účiník se potom získá ve tvaru:

$$\lambda = \frac{P}{S} = \frac{U_0 I_0 + U_1 I_1 \cos\varphi_1 + U_2 I_2 \cos\varphi_2 + \ldots}{U\,I} = \frac{U_0 I_0}{U\,I} + \frac{U_1 I_1}{U\,I}\cdot\cos\varphi_1 + \frac{U_2 I_2}{U\,I}\cdot\cos\varphi_2 + \ldots \qquad (13)$$

kde poměry U_h/U, resp. I_h/I lze označit jako činitele (poměrné obsahy) jednotlivých složek napětí (proudu). Tento výraz již dále pro uvedené obecné průběhy napětí a proudu zjednodušit nelze. Na první pohled je zřejmé, že v tomto případě skutečně není možné zaměňovat účiník za jakýsi „kosinus fí“. Je tomu tak proto, že jsou definovány pouze jednotlivé dílčí fázové posuny složek φ_h, které navíc účiník určují pouze ve spojení s odpovídajícími činiteli složek napětí a proudu.

Zdánlivý výkon systému s obecně periodickými průběhy lze též vyjádřit jako součin efektivních hodnot napětí a proudu, z nichž každá je tvořena efektivními hodnotami jednotlivých složek:

$$S = U\,I = \sqrt{\sum_{h=0}^{\infty} U_h^2} \times \sqrt{\sum_{h=0}^{\infty} I_h^2} \quad \text{(V·A)} \qquad (14)$$

5. Činný výkon a účiník jednofázového systému se sinusovým napětím a obecně periodickým průběhem proudu

V mnoha případech je možné předpokládat, že napájecí síť je dostatečně tvrdá, takže napětí lze považovat za téměř sinusové, se zanedbatelným obsahem stejnosměrné složky i harmonických: $U_1 = U$. Potom se výraz pro činný výkon (12) podstatně zjednoduší:

$$P = U\,I_1 \cos\varphi_1 \quad \text{(W)} \qquad (15)$$

a pro účiník platí:

$$\lambda = \frac{P}{S} = \frac{U\,I_1 \cos\varphi_1}{U\,I} = \frac{I_1}{I}\cdot\cos\varphi_1 \quad (–) \qquad (16)$$

Účiník je tedy v tomto případě tvořen součinem dvou činitelů:

činitelem základní složky proudu I_1/I a kosinem fázového posunu základní složky proudu proti napětí $\cos\varphi_1$. Ani v tomto případě ovšem nelze účiník označovat jako „kosinus fí“, protože mnohdy má na velikost účiníku rozhodující vliv právě činitel základní složky proudu, který může nabývat mnohem menších hodnot než $\cos\varphi_1$. Typickým případem jsou tzv. počítačové zátěže tvořené diodovým usměrňovačem s kapacitním filtrem usměrněného napětí. Tam je základní složka proudu v podstatě ve fázi s napětím, takže $\cos\varphi_1$ se blíží jedničce, ovšem proud obsahuje tak vysoký podíl harmonických, že činitel základní složky často nepřesahuje hodnotu 0,6. Na tuto hodnotu tedy upraví i hodnotu účiníku.

Analogicky k fyzikálně zdůvodněné definici činného výkonu (15) se v tomto případě stanovuje i jalový výkon:

$$Q = U\,I_1 \sin\varphi_1 \quad \text{(var)} \qquad (17)$$

který je zde ovšem pouze uměle vytvořeným matematickým pojmem a vlastní fyzikální význam nemá – nevyjadřuje periodické přelévání energie mezi zdrojem a zátěží (jak je zřejmé z obr. 3, okamžitý výkon je v celé periodě pouze kladný). Podobně jako ve vztahu (9) je možné vyjádřit zdánlivý výkon:

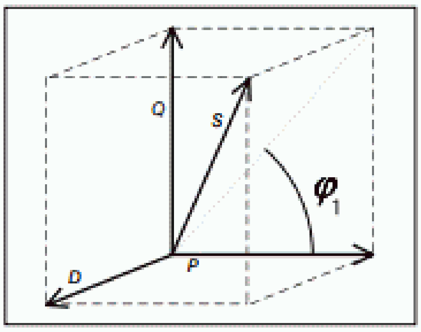
$$S = U\,I = \sqrt{(U\,I_1 \cos\varphi_1)^2 + (U\,I_1 \sin\varphi_1)^2 + U^2 \sum_{h=2}^{\infty} I_h^2} = \sqrt{P^2 + Q^2 + D^2} \quad \text{(V·A)} \qquad (18)$$

kde tzv. deformační výkon D je tvořen zdánlivým výkonem harmonických složek proudu:

$$D = U \sqrt{\sum_{h=2}^{\infty} I_h^2} \quad \text{(V·A)} \qquad (19)$$

Vztah mezi činným, jalovým, deformačním a zdánlivým výkonem je graficky vyjádřen na obr. 4. Zde je zdánlivý výkon S znázorněn jako prostorová úhlopříčka kvádru o hranách P, Q a D. Nově zaváděná terminologie souhrnně označuje jalový a deformační výkon soustavy s nesinusovými průběhy jako **neaktivní výkon** Q_- (non-active power):

$$Q_- = \sqrt{S^2 - P^2} \quad \text{(var)} \qquad (20)$$



Obr. 4. Vztah mezi výkony

6. Činný výkon a účiník třífázového systému

U jednofázových systémů, až dosud analyzovaných, byl jediným kritériem pro volbu způsobu určování činného výkonu, a tedy i účiníku, tvar křivky napětí a proudu – sinusový nebo obecně periodický. U třífázových systémů k tomu přistupuje ještě další kritérium – symetrie či nesymetrie třífázové napájecí soustavy napětí a třífázové zatěžovací soustavy proudů. Symetrickou je označována třífázová soustava veličin o stejné amplitudě a vzájemném fázovém posunu 120°.

a) Systém s nesymetrickými nesinusovými napětími a nesymetrickými nesinusovými proudy je zcela obecným případem. Pro jednotlivé fáze **a**, **b**, **c** je celkový činný výkon:

$$P = P_a + P_b + P_c \quad \text{(W)} \qquad (21)$$

kde pro činný výkon v každé jednotlivé fázi platí vztah (12) a celkový zdánlivý výkon:

$$S = S_a + S_b + S_c = U_a I_a + U_b I_b + U_c I_c \quad \text{(V·A)} \qquad (22)$$

Účiník $\lambda = P\,/\,S$ je jako tento poměr dán složitým výrazem, z kterého nelze vyvozovat žádné závěry pro praxi.

b) Systém se symetrickými sinusovými napětími a nesymetrickými nesinusovými proudy lze uvažovat v mnoha případech, kdy obecná zátěž je napájena z dostatečně tvrdé a kvalitní sítě. V tomto případě platí $U_a = U_b = U_c = U_1 = U$. Výrazy pro jednotlivé výkony i účiník se poněkud zjednoduší:

$$P = U(I_{a1}\cos\varphi_{a1} + I_{b1}\cos\varphi_{b1} + I_{c1}\cos\varphi_{c1}) \quad \text{(W)} \qquad (23)$$

$$S = U(I_a + I_b + I_c) \quad \text{(V·A)} \qquad (24)$$

$$\lambda = \frac{P}{S} = \frac{I_{a1}\cos\varphi_{a1} + I_{b1}\cos\varphi_{b1} + I_{c1}\cos\varphi_{c1}}{I_a + I_b + I_c} \quad (–) \qquad (25)$$

c) Systém se symetrickými sinusovými napětími a nesymetrickými sinusovými proudy předpokládá lineární zátěž, ovšem různou v jednotlivých fázích: $I_{a1} = I_a$, $I_{b1} = I_b$, $I_{c1} = I_c$. Ani v tomto případě se pro účiník nezíská jednoduchý výraz:

$$\lambda = \frac{P}{S} = \frac{I_a\cos\varphi_a + I_b\cos\varphi_b + I_c\cos\varphi_c}{I_a + I_b + I_c} \quad (–) \qquad (26)$$

Pro takový třífázový systém je za uvedených podmínek účiník dán váženým průměrem všech tří $\cos\varphi$ v jednotlivých fázích.

d) Systém se symetrickými sinusovými napětími a symetrickými sinusovými proudy, kde $I_a = I_b = I_c = I$, $\varphi_a = \varphi_b = \varphi_c = \varphi$, umožňuje podstatně zjednodušit výpočet:

$$P = 3U\,I\cos\varphi;\ S = 3UI;$$

$$\lambda = \frac{P}{S} = \cos\varphi \qquad (27)$$

Pouze v tomto případě tedy lze účiník označit jako $\cos\varphi$. Je ovšem nutné poznamenat, že to platí pouze za spíše výjimečných podmínek symetrických sinusových napětí i proudů. Tak je možné uvádět např. u třífázových asynchronních motorů $\cos\varphi_0$ a $\cos\varphi_n$ jako účiník (kosinus fí) naprázdno a jmenovitý, u třífázových transformátorů $\cos\varphi_0$ a $\cos\varphi_k$ jako účiník (kosinus fí) naprázdno a nakrátko. Naproti tomu ovšem bude nesprávné, bude-li se používat termín „kosinus fí" např. pro označení účiníku výkonu odebíraného průmyslovým závodem, protože v tomto případě nelze zaručit ani symetrii, ani sinusový průběh odebíraných proudů.

7. Metody určování účiníku

V předchozích odstavcích článku byly analytickou metodou odvozeny matematické výrazy pro činný výkon a účiník jednofázových a třífázových systémů za různých podmínek. Tyto výrazy jsou vhodné pro pochopení podstaty účiníku a vyhodnocení všech vlivů, které na něj působí. Daleko méně vhodné jsou ale pro určování velikosti účiníku v reálných systémech, protože vyžadují běžně nedostupné údaje z harmonické analýzy průběhů napětí a proudu. V praxi se proto účiník obvykle určuje měřením činného a zdánlivého výkonu, popř. jiných elektrických veličin, z nichž lze účiník určit. Základními kritérii pro vyhodnocování těchto měřicích metod potom je, do jaké míry postihují všechny vlivy určující účiník a zda umožňují automatizaci měření a vyhodnocování průměrného účiníku za stanovené období.

a) Zcela přesně, plně v souladu s teoreticky odvozenými vztahy, lze účiník za jakýchkoliv podmínek určit číslicovým měřicím systémem, který zpravidla tvoří součást automatizovaného systému sběru a vyhodnocování dat SCADA (Supervisory Control And Data Acquisition). Měřicí systém periodicky snímá a ukládá do paměti okamžité hodnoty (vzorky) fázových napětí a proudů s velkým (celočíselným) počtem vzorků za periodu síťového napětí. Z takto získaných vzorků lze naprogramovaným výpočtem stanovit činný výkon ve fázi jako střední hodnotu (průměr) okamžitých výkonů:

$$P = \frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k}(u_i \cdot i_i) \quad \text{(W)} \qquad (28)$$

a zdánlivý výkon ve fázi jako součin efektivních hodnot napětí a proudu:

$$S = U\,I = \sqrt{\frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k}u_i^2} \times \sqrt{\frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k}i_i^2} \quad \text{(V·A)} \qquad (29)$$

kde k je celkový počet vzorků za jednu periodu, popř. za delší časový interval. Pro třífázové systémy se celkový činný a zdánlivý výkon určí jako součet výkonů v jednotlivých fázích. Účiník pak měřicí systém vypočítá zcela podle definice: $\lambda = P / S$, a to podle naprogramovaných požadavků jako průměr ve stanoveném časovém období. Všechny naměřené a vypočítané hodnoty měřicí systém ukládá do paměti a podle požadavků tiskne protokoly nebo odesílá požadované hodnoty do nadřazeného systému.

b) Uspokojivé výsledky poskytují klasické ručkové nebo zapisovací analogové měřicí přístroje (elektrodynamické wattmetry, feromagnetické voltmetry a ampérmetry), z jejichž současně odečtených hodnot lze účiník stanovit podle (1) a (3). Vykazují sice jistou kmitočtovou závislost, tj. s rostoucím kmitočtem harmonických složek klesá jejich citlivost, avšak pro provozní měření při nepříliš zkreslených průbězích je jejich přesnost přijatelná. Nejsou však vhodné pro automatizovaná měření a vyhodnocování účiníku, problémem bude i stanovení středních hodnot za delší časové období.

c) Problematické je použití přímého analogového měřiče účiníku „cosφ-metru", který je konstruován za předpokladu sinusových napětí a proudů, a který tedy měří vlastně pouze $\cos\varphi_1$ (fázový posun základních složek), a nikoliv účiník.

d) Podobné vlastnosti vykazuje i často používaná metoda měření pomocí činného a jalového elektroměru. Zde se ve stanoveném časovém období měří odebraná činná energie W_P, která je úměrná střednímu činnému výkonu P, a jalová energie W_Q, která je úměrná střednímu jalovému výkonu Q podle vztahu (17). Z těchto hodnot lze stanovit (obr. 4) střední hodnotu:

$$\cos\varphi_1 = \frac{W_P}{\sqrt{W_P^2 + W_Q^2}} = \frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{W_Q}{W_P}\right)^2}} \quad (–) \qquad (30)$$

Jak je zřejmé z obr. 4, tato měřicí metoda, podobně jako předchozí metoda c), pracuje pouze se složkami výkonu v rovině P-Q a vůbec nerespektuje vliv deformačního výkonu D. Opět tedy neměří účiník, jehož skutečná hodnota bude při obecně periodických průbězích napětí a proudu nižší než hodnota poskytovaná touto měřicí metodou. Navíc, v třífázových systémech s použitím třífázových elektroměrů nelze při obecně nesymetrické zátěži označit veličinu získanou podle (30) ani jako $\cos\varphi_1$, protože vzájemný fázový posun základních složek bude v každé fázi jiný. Získaná veličina tedy představuje jakýsi činitel, jenž poskytuje částečnou informaci o kvalitě odebírané energie. Předností metody je však přímé stanovení střední hodnoty tohoto činitele za stanovené období, tj. mezi dvěma po sobě následujícími odečety obou elektroměrů.

8. Závěr

Účiník je jednoznačně a výhradně definován jako poměr činného a zdánlivého výkonu $\lambda = P / S$. Ve zvláštním případě čistě sinusových průběhů napětí a proudu, a v třífázových systémech navíc se symetrickou soustavou sinusových napájecích napětí a sinusových zatěžovacích proudů, je účiník roven $\cos\varphi$, tj. kosinu fázového posunu sinusovky proudu proti sinusovce napětí. Ve všech ostatních případech není „kosinus fí" definován, a nelze ho proto k vyjádření účiníku používat. Účiník je možné nejlépe určit číslicovým měřicím systémem zpracovávajícím vzorky okamžitých hodnot napětí a proudů. S obvykle uspokojující přesností lze účiník rovněž určit z činného výkonu změřeného wattmetrem a zdánlivého výkonu vypočítaného jako součin efektivních hodnot napětí a proudu změřených střídavým voltmetrem a ampérmetrem. Další používané měřicí metody zpravidla nerespektují vliv deformačního výkonu. Neměří tedy účiník, ale pouze jakýsi činitel, jehož hodnota je větší nebo v krajním případě (při čistě sinusových průbězích) rovna hodnotě účiníku.

Navazující zajímavou problematikou, úzce související s tématem článku, jsou metody zlepšování účiníku. I klasická kompenzace kondenzátorovými bateriemi je ovlivněna současnou situací v rozvodných sítích – přítomností signálů (např. HDO, hromadné dálkové ovládání) a harmonických složek napětí, takže v původním učebnicovém uspořádání ji dnes vlastně nelze použít. Samostatnou kapitolou jsou síťové kondicionéry či korektory účiníku jako filtry nežádoucích harmonických složek – pasivní, aktivní a hybridní. Toto vše ale již daleko překračuje stanovený tematický rámec článku. ⊠