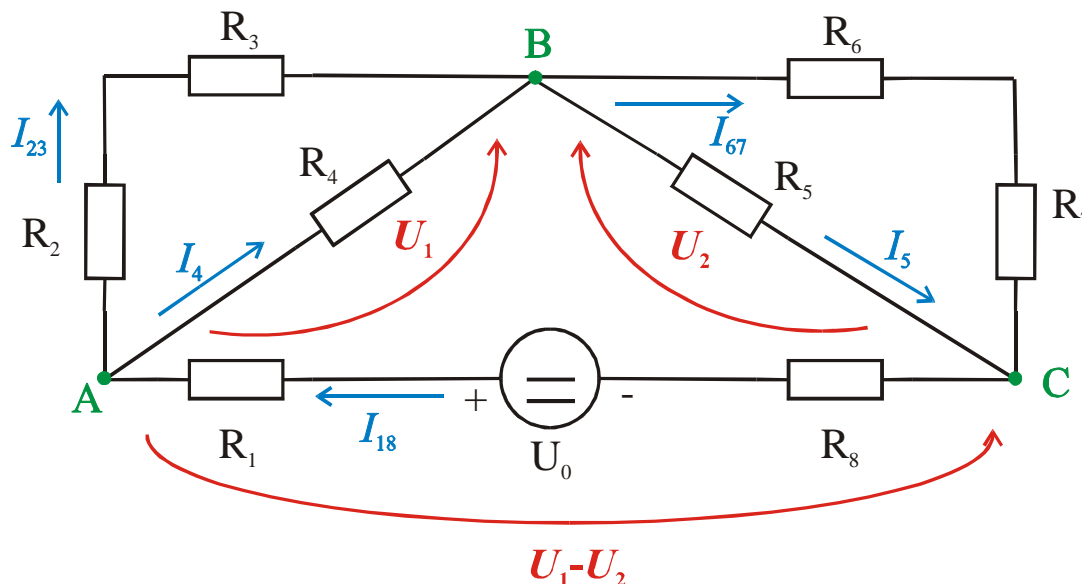


Metoda smyčkových proudů a metoda uzlových napětí slouží k celkové analýze elektrického obvodu, podobně jako metoda přímé aplikace Kirchhoffových zákonů.

Příklad:

Metodou uzlových napětí určete proudy I_{18} , I_{23} , I_4 , I_5 , I_{67} v obvodu na obr., je-li dáno:
 $R_1 = 1\Omega$, $R_2 = 2\Omega$, $R_3 = 3\Omega$, $R_4 = 5\Omega$, $R_5 = 3\Omega$, $R_6 = 2\Omega$, $R_7 = 4\Omega$, $R_8 = 4,5\Omega$, $U_0 = 60V$.



Řešení:

Uzel **B** zvolíme jako referenční, uzly **A** a **C** jsou nezávislé. Mezi nezávislými uzly a referenčním uzlem zavedeme větvová napětí U_1 , U_2 .

Pro nezávislé uzly zapíšeme 1. Kirchhoffův zákon, přičemž proudy ve větvích vyjádříme pomocí uzlových napětí.

1. Kirchhoffův zákon pro **uzel A**:

$$I_{23} + I_4 - I_{18} = 0$$

$$\frac{U_1}{R_2 + R_3} + \frac{U_1}{R_4} + \frac{U_1 - U_2 - U_0}{R_1 + R_8} = 0$$

1. Kirchhoffův zákon pro **uzel C**:

$$-I_5 - I_{67} + I_{18} = 0$$

$$\frac{U_2}{R_5} + \frac{U_2}{R_6 + R_7} + \frac{U_2 - U_1 + U_0}{R_1 + R_8} = 0$$

Řešíme soustavu 2 rovnic o 2 neznámých:

$$\frac{U_1}{R_2 + R_3} + \frac{U_1}{R_4} + \frac{U_1}{R_1 + R_8} - \frac{U_2}{R_1 + R_8} = \frac{U_0}{R_1 + R_8}$$

$$\frac{U_2}{R_5} + \frac{U_2}{R_6 + R_7} - \frac{U_1}{R_1 + R_8} + \frac{U_2}{R_1 + R_8} = -\frac{U_0}{R_1 + R_8}$$

zapsáno maticově:

$$\begin{bmatrix} \left(\frac{1}{R_2 + R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_1 + R_8} \right) & -\frac{1}{R_1 + R_8} \\ -\frac{1}{R_1 + R_8} & \left(\frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_6 + R_7} + \frac{1}{R_1 + R_8} \right) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{U_0}{R_1 + R_8} \\ -\frac{U_{01}}{R_1 + R_8} \end{bmatrix}$$

a po dosazení:

$$\begin{bmatrix} \left(\frac{1}{2+3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{1+4,5} \right) & -\frac{1}{1+4,5} \\ -\frac{1}{1+4,5} & \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2+4} + \frac{1}{1+4,5} \right) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{60}{1+4,5} \\ -\frac{60}{1+4,5} \end{bmatrix}$$

Řešením této soustavy rovnic jsou uzlová napětí:

$$U_1 = 15 \text{ V}$$

$$U_2 = -12 \text{ V}$$

Určení větvových proudů pomocí nalezených uzlových napětí:

$$I_{18} = \frac{U_2 - U_1 + U_0}{R_1 + R_8} = \frac{-12 - 15 + 60}{1 + 4,5} = \underline{\underline{6 \text{ A}}}$$

$$I_{23} = \frac{U_1}{R_2 + R_3} = \frac{15}{2 + 3} = \underline{\underline{3 \text{ A}}}$$

$$I_4 = \frac{U_1}{R_4} = \frac{15}{5} = \underline{\underline{3 \text{ A}}}$$

$$I_5 = -\frac{U_2}{R_5} = -\frac{(-12)}{3} = \underline{\underline{4 \text{ A}}}$$

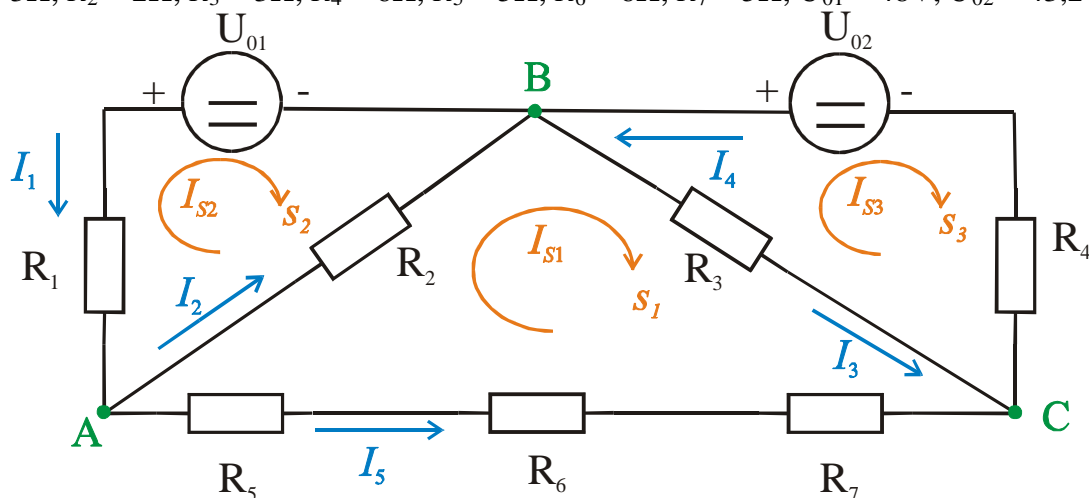
$$I_{67} = -\frac{U_2}{R_6 + R_7} = -\frac{(-12)}{2 + 4} = \underline{\underline{2 \text{ A}}}$$

Výsledky tohoto příkladu můžeme porovnat s řešením pomocí transfigurace na elementární obvod a také s řešením metodou přímé aplikace Kirchhoffových zákonů (viz 1. příklad v souboru UE_2_cviceni.pdf).

Příklad:

Metodou smyčkových proudů určete větrové proudy I_1, I_2, I_3, I_4, I_5 , je-li dáno:

$R_1 = 3\Omega, R_2 = 2\Omega, R_3 = 3\Omega, R_4 = 6\Omega, R_5 = 5\Omega, R_6 = 6\Omega, R_7 = 5\Omega, U_{01} = 48\text{V}, U_{02} = 43,2\text{ V}.$

**Řešení:**

Zavedeme systém nezávislých smyček s_1, s_2, s_3 a v nich smyčkové proudy I_{s1}, I_{s2}, I_{s3} .

Pro nezávislé smyčky zapíšeme 2. Kirchhoffův zákon, přičemž napětí na pasivních prvcích vyjádříme pomocí smyčkových proudů.

$$\begin{aligned} \text{2. Kirchhoffův zákon pro smyčku } s_1: & R_2(I_{s1} - I_{s2}) + R_3(I_{s1} - I_{s3}) + R_5I_{s1} + R_6I_{s1} + R_7I_{s1} = 0 \\ \text{2. Kirchhoffův zákon pro smyčku } s_2: & R_1I_{s2} + R_2(I_{s2} - I_{s1}) + U_{01} = 0 \\ \text{2. Kirchhoffův zákon pro smyčku } s_3: & R_3(I_{s3} - I_{s1}) + R_4I_{s3} + U_{02} = 0 \end{aligned}$$

Po úpravě

$$\text{smyčka } s_1: (R_2 + R_3 + R_5 + R_6 + R_7)I_{s1} - R_2I_{s2} - R_3I_{s3} = 0$$

$$\text{smyčka } s_2: -R_2I_{s1} + (R_1 + R_2)I_{s2} = -U_{01}$$

$$\text{smyčka } s_3: -R_3I_{s1} + (R_3 + R_4)I_{s3} = -U_{02}$$

Řešíme soustavu 3 rovnic o 3 neznámých:

$$\begin{bmatrix} (R_2 + R_3 + R_5 + R_6 + R_7) & -R_2 & -R_3 \\ -R_2 & (R_1 + R_2) & 0 \\ -R_3 & 0 & (R_3 + R_4) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_{s1} \\ I_{s2} \\ I_{s3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -U_{01} \\ -U_{02} \end{bmatrix}$$

po dosazení

$$\begin{bmatrix} (2+3+5+6+5) & -2 & -3 \\ -2 & (3+2) & 0 \\ -3 & 0 & (3+6) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_{s1} \\ I_{s2} \\ I_{s3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -48 \\ -43,2 \end{bmatrix}$$

Řešení této soustavy rovnic jsou smyčkové proudy:

$$I_{s1} = -1,75 \text{ A}$$

$$I_{s2} = -10,3 \text{ A}$$

$$I_{s3} = -5,383 \text{ A}$$

Větvové proudy jsou

$$I_1 = -I_{s2} = 10,300 \text{ A}$$

$$I_2 = I_{s1} - I_{s2} = 8,550 \text{ A}$$

$$I_3 = I_{s1} - I_{s3} = 3,633 \text{ A}$$

$$I_4 = -I_{s3} = 5,383 \text{ A}$$

$$I_5 = -I_{s1} = 1,750 \text{ A}$$

Výsledky tohoto příkladu můžeme porovnat s řešením pomocí transfigurace na elementární obvod a také s řešením metodou přímé aplikace Kirchhoffových zákonů (viz 2. příklad v souboru UE_2_cviceni.pdf).